การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย

การเปรียบเทียบระหว่าง 2 สิ่งเกิดขึ้นในชีวิตประจำวันเสมอๆ ไม่ว่าจะเป็นการเปรียบเทียบประสิทธิภาพระหว่างยาฆ่าแมลงสูตรใหม่กับสูตรเก่า เปรียบเทียบผลผลิตข้าวในการทำนาแบบประณีตกับการทำนาแบบดั้งเดิม เปรียบเทียบอัตราการเจริญเติบโตของหมูที่ให้สูตรอาหารที่แตกต่างกัน การเปรียบเทียบโดยเฉพาะอย่างยิ่งในการทดลองมักนิยมเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย โดยในแต่ละตำรับการทดลองมีการทำซ้ำและนำค่าที่วัดผลได้มาเฉลี่ยกันเช่น

ทดลองเปรียบอิทธิพลของสูตรปุ๋ย 2 ต่อผลผลิตต่อไร่ของข้าวขาวดอกมะลิ 105 มีสองสูตรปุ๋ยคือ สูตร 1 และสูตร 2 ในแต่ละสูตรปุ๋ยทำ 4 แปลงคือ 4 ซ้ำดังนั้นจึงมีทั้งหมด 8 แปลงกรณีนี้เรียกแต่ละแปลงว่า 1 หน่วยการทดลองดังภาพที่ 1

ปุ๋ยสูตร 2 400 กก./ไร่	ปุ๋ยสูตร 1 450 กก./ไร่	ปุ๋ยสูตร 2 450 กก./ไร่	ปุ๋ยสูตร 1 500 กก./ไร่
ปุ๋ยสูตร 1 300 กก./ไร่	ปุ๋ยสูตร 2 420 กก./ไร่	ปุ๋ยสูตร 1 600 กก./ไร่	ปุ๋ยสูตร 2 430 กก./ไร่

ภาพที่ 1 ตัวอย่างผังแปลงการทดลองอิทธิพลของสูตรปุ๋ยต่อผลผลิตข้าว

ตารางที่ 1 แสดงผลผลิตข้าวที่ได้รับปุ๋ยแตกต่างกัน 2 สูตร

	ผลผลิต (กก./ไร่)	
	ปุ๋ยสูตร 1	ปุ๋ยสูตร 2
ซ้ำที่ 1	450	400
ซ้ำที่ 2	500	450
ซ้ำที่ 3	300	420
ซ้ำที่ 4	600	430
เฉลี่ย	462.5	425

จากข้อมูลผลผลิตที่ได้หากดูเพียงค่าเฉลี่ยที่ได้สูตร 1 ได้ผลผลิตเฉลี่ย (462.5 กก./ไร่) มากกว่าสูตร 2 (425 กก./ไร่) อยู่ 37 กก.ต่อไร่ ถ้าเช่นนั้นสรุปว่าปุ๋ยสูตร 1 ทำให้ได้ผลผลิตข้าวมากกว่าสูตร 2 ใช่หรือไม่?

ถ้าพิจารณาดูข้อมูลดิบปรากฏว่า ในปุ๋ยสูตร 1 ในซ้ำที่ 3 ให้ผลผลิต300 กก./ไร่ ต่ำกว่าผลผลิตของปุ๋ยสูตร 2 ทุกๆซ้ำ แสดงว่าปุ๋ยสูตร 1 ก็มีโอกาสให้ผลผลิตต่ำกว่าปุ๋ยสูตร 2 เช่นกัน

หากเราจะตัดสินว่าค่าเฉลี่ยที่เราเปรียบเทียบแตกต่างกันหรือไม่ควรใช้เครื่องมือที่น่าเชื่อถือสามารถบอกโอกาสที่จะสรุปผิดพลาดว่ามีโอกาสพลาดกี่เปอร์เซ็นต์นั่นคือใช้สถิติเป็นเครื่องมือตัดสินนั่นเอง

สำหรับการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยระหว่าง 2 สิ่งสถิติที่แนะนำในบทนี้ คือการทดสอบค่า t (t-test)

t-test

t-test เป็นสถิติที่ใช้ทดสอบค่าเฉลี่ยมีการใช้ในหลายลักษณะแต่ในบทนี้จะแนะนำการใช้ t-test เพื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยระหว่างกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่ม

ก่อนอื่นต้องย้อนกล่าวถึงสมมุติฐานทางสถิติเสียก่อนซึ่งประกอบด้วยสมมุติฐานหลัก (null-hypothesis)และสมมุติฐานแย้ง (alternative hypothesis)

โดยสมมุติฐานหลัก(null-hypothesis (H0))เป็นสมมุติฐานที่ว่าสื่อถึงการเท่ากันไม่ต่างกัน

สำหรับ t-test คือค่าเฉลี่ยของค่าที่นำมาเปรียบเทียบเท่ากัน (ไม่ต่างกัน)

H0 : $\mu 1 = \mu 2$

(ให้ $\mu 1$ และ $\mu 2$ เป็นค่าเฉลี่ยของตัวอย่างกลุ่มที่ 1 และ 2 ตามลำดับ)

และมีสมมุติฐานแย้ง (H1) ได้ 2 แบบหลักๆคือ

1. H1: $\mu 1 \neq \mu 2$ เป็นการทดสอบสองทางไม่สนว่าค่าเฉลี่ยตัวใดจะมากกว่าน้อยกว่ากันสนแค่ทดสอบว่ามันต่างกันหรือไม่
2. H1: $\mu 1 > \mu 2$

   H1: $\mu 1 < \mu 2$

   แบบนี้ถือเป็นการทดสอบทางเดียว

t – test แบ่งเป็น 3 แบบคือ

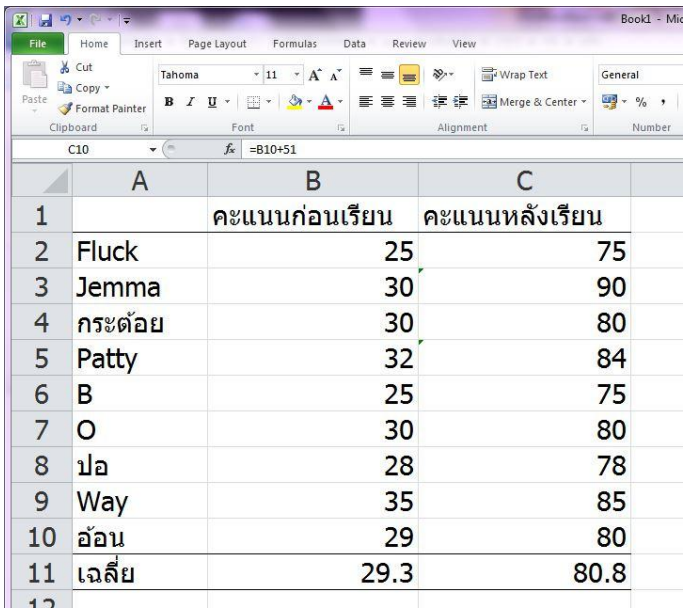
1. Pair t-testอันนี้ตามชื่อเป็นการทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มสมาชิกใน 2 กลุ่มนี้มีการเปรียบเทียบเป็นคู่ๆ เนื่องจากกลุ่มตัวอย่างทั้งสองมีความสัมพันธ์กัน

ลักษณะนี้เป็นการกำจัดความเหลื่อมล้ำของหน่วยทดลองมีปัจจัยอื่นที่ไม่ใช่สิ่งที่เราจะวัดผลมากระทบต่อค่าเฉลี่ยที่ได้ เช่นในการทดสอบ พันธุ์ข้าว 2 พันธุ์ โดยปลูกในแปลงย่อยพันธุ์ละ 4 แปลง ทั้งหมด 8 แปลง แต่เราหาแปลงที่สม่ำเสมอเท่ากันหมดไม่ได้ผลผลิตข้าวที่ได้อาจเป็นเพราะความอุดมสมบูรณ์ของดินในแต่ละแปลงไม่เท่ากันไม่ได้เกิดจากพันธุ์ข้าว ฉะนั้นเพื่อลดความคลาดเคลื่อนดังกล่าว ในการสุ่มแปลงเราจะใช้การจับคู่ให้แปลงที่มีลักษณะเหมือนกันออกเป็นคู่ๆ ในแต่ละคู่ก็จะมี ข้าวพันธุ์ที่ 1 แปลงหนึ่ง อีกแปลงที่เหลือก็จะเป็นข้าวพันธุ์ที่สอง

หรืออาจยกตัวอย่างกรณีกลุ่มตัวอย่างที่นำมาทดลองมีความสัมพันธ์กันเป็นคู่ๆ หรือเป็นกลุ่มตัวอย่างเดียวกันแต่ได้รับการทดสอบ 2 ครั้ง เช่นต้องการใช้ t-test เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยคะแนนสอบของนิสิตก่อนเรียนและหลังเรียนวิชาการจัดารฟาร์ม 2

วิธีการคำนวณ pair t-test จะไม่กล่าวถึงในที่นี้สามารถหาอ่านได้จากตำราสถิติทั่วไปซึ่งปัจจุบันไม่มีใครคำนวณเองกันแล้วให้ computer คำนวณให้และ program พื้นฐานเช่น Excel ก็คำนวณให้ได้

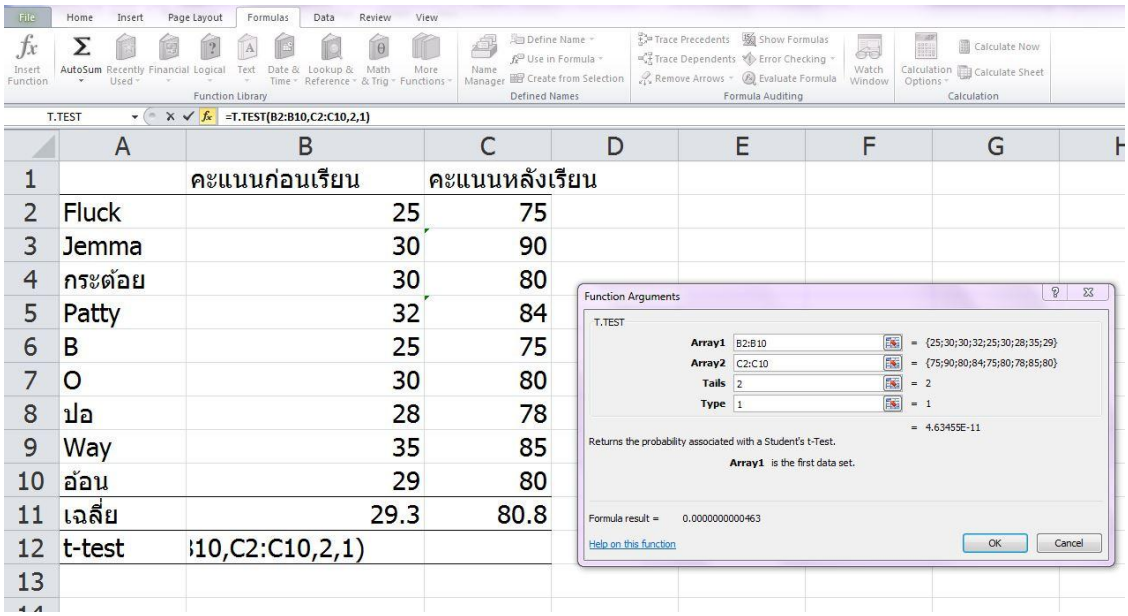
ยกตัวอย่างการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนของนิสิตที่เรียนวิชาการผลิตพืชไร่ว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนแตกต่างกันหรือไม่ ดังภาพที่ 2



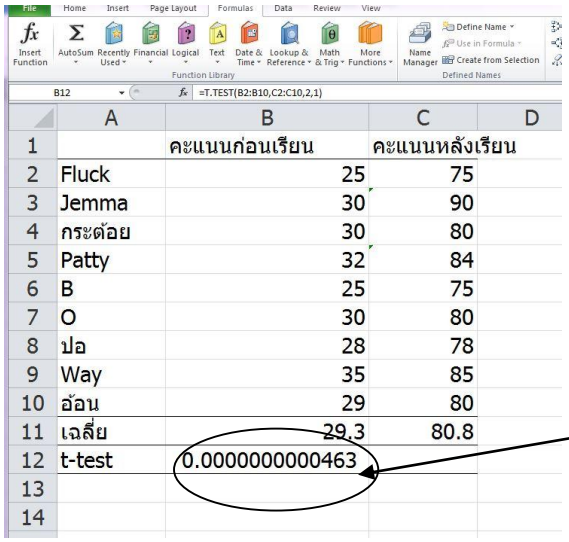
	A	B	C
1		คะแนนก่อนเรียน	คะแนนหลังเรียน
2	Fluck	25	75
3	Jemma	30	90
4	กระต้อย	30	80
5	Patty	32	84
6	B	25	75
7	O	30	80
8	ปอ	28	78
9	Way	35	85
10	อ้อน	29	80
11	เฉลี่ย	29.3	80.8

ภาพที่ 2คะแนนทดสอบก่อนและหลังเรียนของนิสิตที่เรียนวิชาการผลิตพืชไร่ (สมมุติ)

ความจริงกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มเดียวกันแต่เพียงทดสอบสองครั้งดังนั้นใช้ pair t-test จึงเหมาะสมที่สุดโดยเลือก menu ดังภาพที่ 3 จะมีการเลือกชุดข้อมูล array 1 เป็นคะแนนก่อนเรียน array 2 เป็นคะแนนหลังเรียน tail 2 คือการทดสอบสองทาง ส่วน type 1 คือการทดสอบแบบ pair t-test ผลจะออกมาดังภาพที่ 4



ภาพที่ 3 การเลือกใช้ menu ของ pair t-test



ภาพที่ 4 ผลของการทดสอบ pair t-test ใน program Excel

จากภาพที่ 4 ผลที่แสดงออกมาจะเป็นตัวเลขตัวเลขนี้คือความน่าจะเป็น (probability) ของความคลาดเคลื่อน ในทางการเกษตรและวิทยาศาสตร์ทั่วไปจะใช้เกณฑ์ความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 5% นั่นคือหากสรุปว่าค่าเฉลี่ย

ของสองกลุ่มตัวอย่างต่างกันแล้วจะมีโอกาสผิดพลาดจากความบังเอิญไม่เกิน 5 ครั้งใน 100 ครั้ง สรุปว่าหากตัวเลขใน cell น้อยกว่า 0.05 แสดงว่าค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ หากมีค่ามากกว่า 0.05 แสดงว่าค่าเฉลี่ยของทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกัน ดังนั้นสรุปว่าค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียนกับหลังเรียนต่างกัน นั่นคือเมื่อเรียนแล้วนิสิตทำคะแนนได้เพิ่มมากขึ้นนั่นเอง

กรณีที่กลุ่มตัวอย่างทั้งสองไม่มีความเกี่ยวข้องกันจะมีการทบสอบ t-test ได้ 2 ลักษณะ

2. การเปรียบเทียบระหว่างตัวอย่างที่มี variance (S^2)เท่ากัน
3. การเปรียบเทียบระหว่างตัวอย่างที่มี variance (S^2) ไม่เท่ากัน

จากการแบ่งประเภทของการทดสอบค่า t (t-test) แบบที่ 2 และ 3 นี้อาจมีคำถามตามมาว่า variance (S^2) คืออะไร

Variance เป็นค่าหนึ่งที่ใช้วัดการกระจายของข้อมูลสูตรคำนวณด้านล่างนี้ในที่นี้จะไม่กล่าวถึงในรายละเอียดแต่สามารถหาได้ด้วย Excel (สาธิตในชั้นเรียน)

$$S^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{(n-1)}$$

S^2 = ความแปรปรวน (variance)

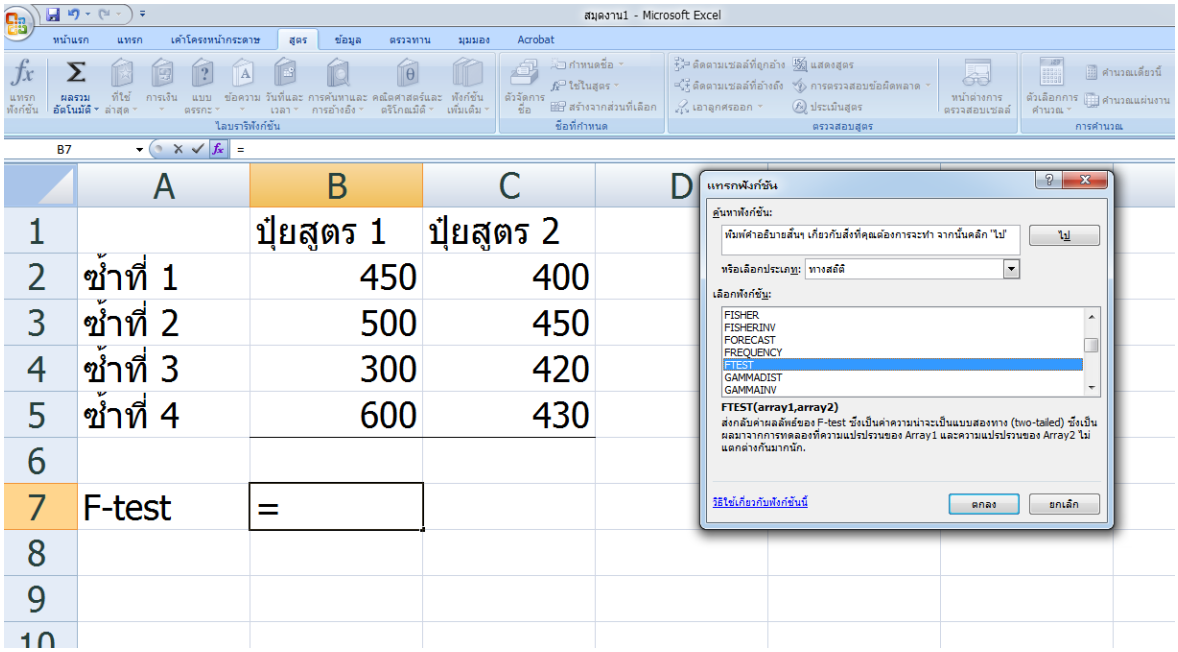
x = ข้อมูลแต่ละจำนวนในกลุ่มตัวอย่าง

$\bar{x}$ = ค่าเฉลี่ยของข้อมูลในกลุ่มตัวอย่าง

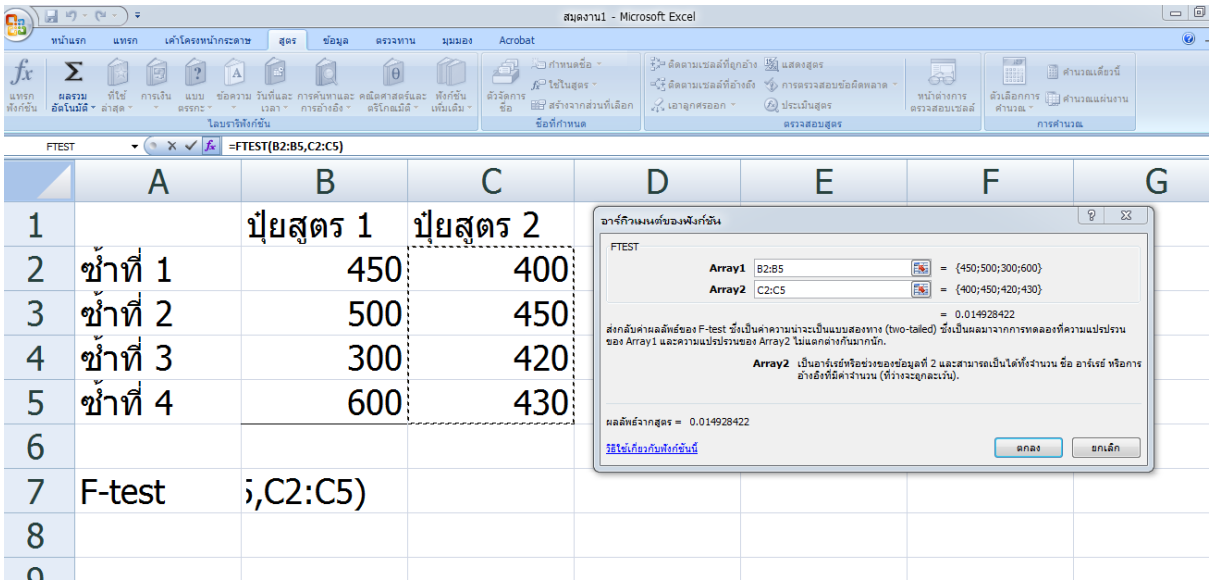
n = จำนวนข้อมูลในกลุ่มตัวอย่าง

การจะทดสอบว่ากลุ่มตัวอย่าง 2 กลุ่มมี variance เท่ากันหรือไม่ต้องทดสอบค่า F (F-test) ดังภาพที่ 6 ซึ่งนำข้อมูลผลผลิตข้าวในปุ๋ยสองสูตรจากตารางที่ 1 มาทดสอบว่าค่า variance ของผลผลิตในปุ๋ยสูตร 1 และสูตร 2 เท่ากันหรือไม่ โดยเลือก menu F-test จากเมนูแทรกฟังก์ชัน(ภาพ 5 ก) แล้วเลือกชุดข้อมูลของปุ๋ยสูตร 1 ลงใน array 1 และข้อมูลปุ๋ยสูตร 2 ลงใน array 2 (ภาพที่ 5 ข)เมื่อผลออกมาดังภาพที่ 6 ได้ค่า probability

0.014928 ซึ่งน้อยกว่า 0.05 แสดงว่าค่า variance ของข้อมูลทั้งสองกลุ่มไม่เท่ากัน นั่นคือผลผลิตในกลุ่มที่ใช้ปุ๋ยสูตร 1 มีการกระจายตัวมากกว่า นั่นคือผลผลิตของแต่ละซ้ำในปุ๋ยสูตร1 แตกต่างกันมาก

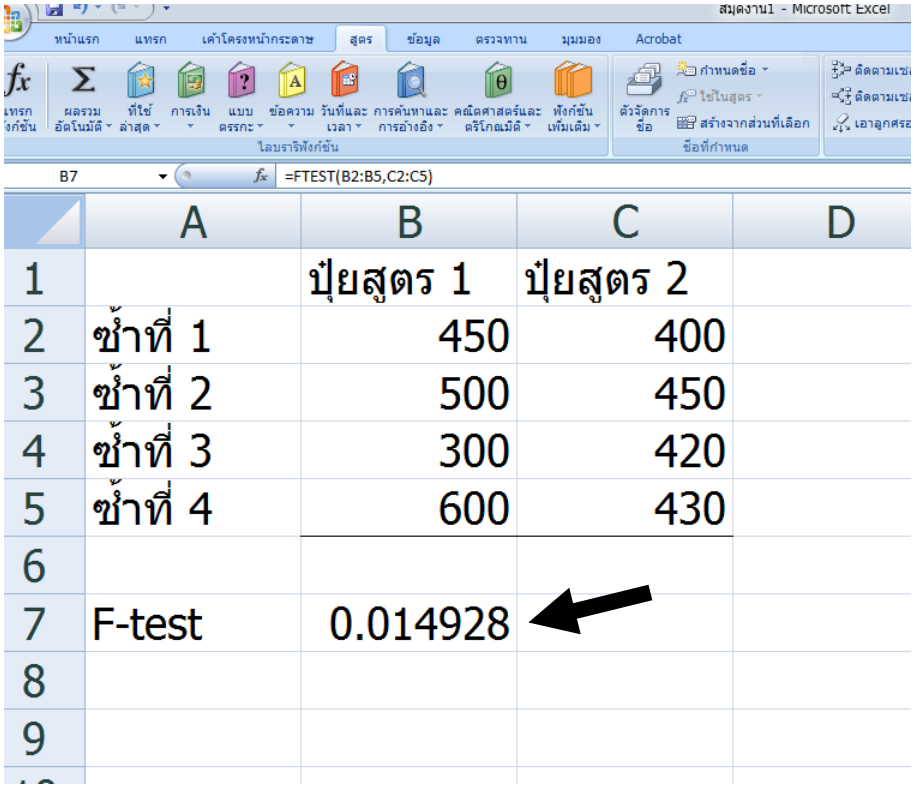


ก



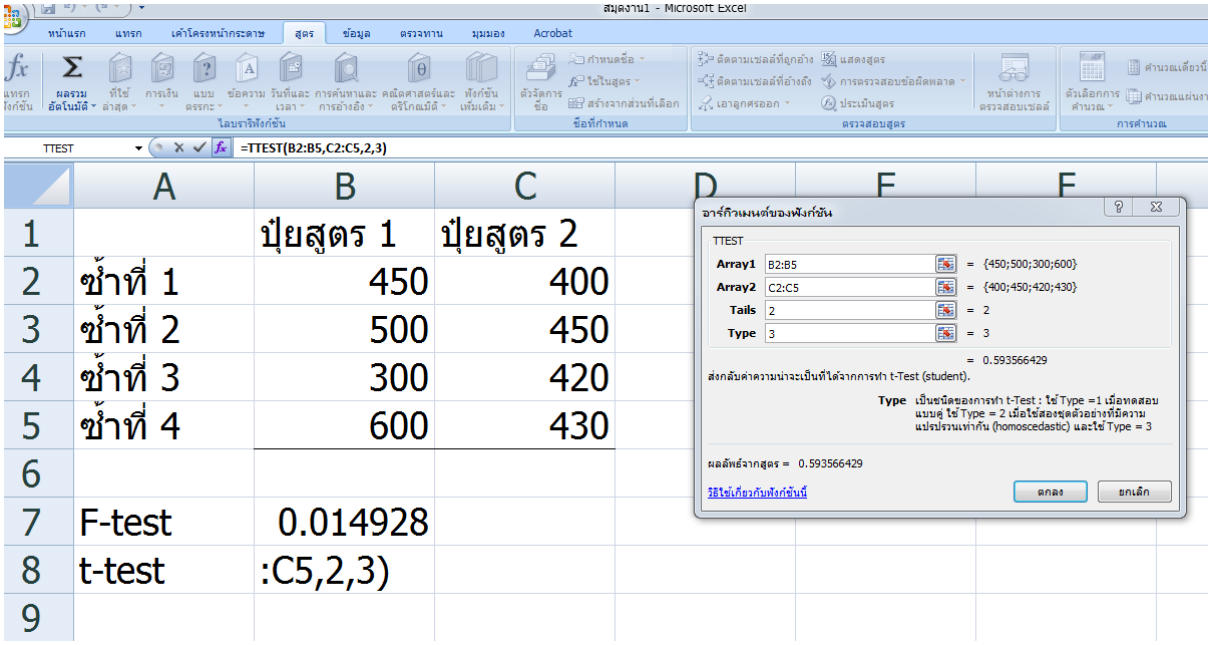
ข

ภาพที่ 5 นำข้อมูลผลผลิตข้าวที่ใส่ปุ๋ยแตกต่างกัน 2 สูตรจากตารางที่ 1 มาทดสอบ F-test



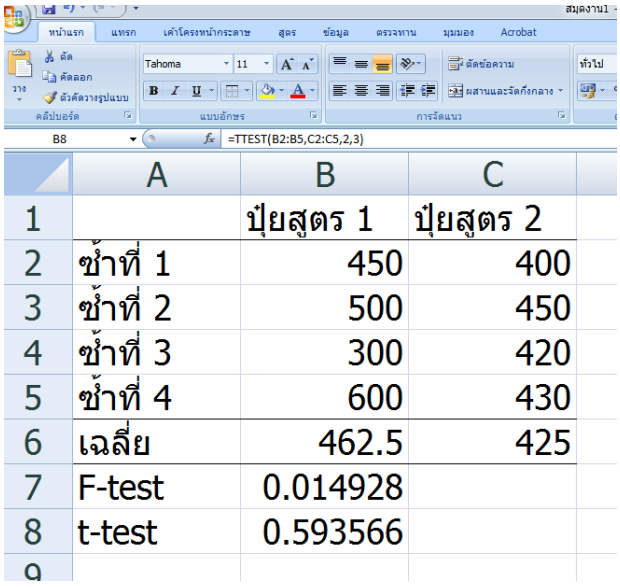
ภาพที่ 6 ผลการทดสอบ F-test ของชุดข้อมูลผลผลิตข้าวที่ได้รับปุ๋ย 2 สูตรจากตารางที่ 1

เมื่อผลเป็นเช่นนี้การจะทดสอบ t-test ของกลุ่มตัวอย่างชุดนี่ต้องทำ test แบบที่ 3 คือ การเปรียบเทียบระหว่างตัวอย่างที่มี variance (S^2) ไม่เท่ากันดังภาพที่ 7 โดยเลือกชุดข้อมูลผลผลิตปุ๋ยสูตร 1 ใน array 1 ปุ๋ยสูตร 2 ใน array 2 เลือก Tails 2 เพราะเป็นการทดสอบสองทาง เลือก Type 3 เพราะ variance ไม่เท่ากัน ผลจะออกมาดังภาพที่ 8 ได้ตัวเลขค่า probability เท่ากับ 0.593556 ซึ่งมากกว่า 0.05 แสดงว่าการใส่ปุ๋ยทั้งสองสูตรทำให้ได้ผลผลิตข้าวไม่ต่างกัน



	A	B	C
1		ปุ๋ยสูตร 1	ปุ๋ยสูตร 2
2	ซ้ำที่ 1	450	400
3	ซ้ำที่ 2	500	450
4	ซ้ำที่ 3	300	420
5	ซ้ำที่ 4	600	430
6			
7	F-test	0.014928	
8	t-test	:C5,2,3)	
9			

ภาพที่ 7 การทดสอบค่า t ในโปรแกรม Excel โดยใช้ข้อมูลผลผลิตข้าวในการจัดการปุ๋ย 2 สูตรจากตารางที่ 1



	A	B	C
1		ปุ๋ยสูตร 1	ปุ๋ยสูตร 2
2	ซ้ำที่ 1	450	400
3	ซ้ำที่ 2	500	450
4	ซ้ำที่ 3	300	420
5	ซ้ำที่ 4	600	430
6	เฉลี่ย	462.5	425
7	F-test	0.014928	
8	t-test	0.593566	
9			

ภาพที่ 8 ผลการทดสอบ t-test ของผลผลิตผลิตข้าวที่ได้รับปุ๋ย 2 สูตร